Sistemi di numerazione posizionale

In un sistema di numerazione **posizionale** il numero di simboli che rappresentano le cifre viene detto base.

Nei sistemi di numerazione posizionale una cifra assume un valore che dipende dal valore associato al simbolo e dalla posizione.

Ogni numero si esprime come la somma dei prodotti di ciascuna cifra per la base elevata all'esponente che rappresenta la posizione della cifra.

Per un generico numero della base **B**

Cifre	**cifraN**	**...**	**Cifra1**	**Cifra0**
Posizione	**N**	**...**	**1**	**0**

$$\text{cifraN} \bullet B^{n} + \ldots + \text{cifra1} \bullet B^{1} + \text{cifra0} \bullet B^{0}$$

Vedremo adesso come si deve procedere per ottenere la rappresentazione di un numero in base dieci a partire da un numero rappresentato in una base diversa da dieci e come si procede per rappresentare un numero noto in base dieci in una base **B** (B diversa da dieci).

Cambiamento della rappresentazione di un numero dalla base B a base dieci

Dato un numero $(\text{cifra}_n, \ldots, \text{cifra}_1, \text{cifra}_0)_B$ in base **B** per ottenere la rappresentazione del numero in base dieci vediamo le operazioni da fare per ottenere il numero in base dieci.

Occorre stabilire la corrispondenza tra i simboli delle cifre della base **B** ed con i valori numerici in base dieci:

- $(0)_B$ <---> $(0)_{10}$
- $(1)_B$ <---> $(1)_{10}$
- ...
- ...

Si devono sostituire le cifre del numero in base **B** con i valori equivalenti in base dieci e quindi si può procedere a calcolare i valori delle singole cifre:

$$\text{cifra}_n \bullet B^n + \ldots + \text{cifra1} \bullet B^1 + \text{cifra0} \bullet B^0$$

fatta la somma abbiamo ottenuto il numero in base dieci.

Vediamo degli esempi per chiarire il procedimento:

Esempio 1 - conversione in base dieci del numero in base cinque $(1243)_5$ le cifre del numero sono 1, 4, 2 e 3

Cifre del numero	**1**	**2**	**4**	**3**
Posizione del numero	**3**	**2**	**1**	**0**

$$(\underset{3}{1}\underset{2}{4}\underset{1}{2}\underset{0}{3})_{\underline{5}}{}^{\mathbf{10}}\!\!> 1\bullet\underline{5}^3+2\bullet\underline{5}^2+4\bullet\underline{5}^1+3\bullet\underline{5}^0=125+50+20+3=198$$

Esempio 2 - conversione in base dieci del numero in base sette $(1243)_7$ le cifre del numero sono 1, 4, 2 e 3

Cifre del numero	**1**	**2**	**4**	**3**
Posizione del numero	**3**	**2**	**1**	**0**

$$(\underset{3}{1}\underset{2}{4}\underset{1}{2}\underset{0}{3})_{\underline{7}}{}^{\mathbf{10}}\!\!> 1\bullet\underline{7}^3+2\bullet\underline{7}^2+4\bullet\underline{7}^1+3\bullet\underline{7}^0=343+98+28+3=472$$

Cambiamento della rappresentazione di un numero dalla base dieci alla base B

Per procedere alla conversione occorre stabilire la corrispondenza tra i simboli delle cifre della base **B** ed con i valori numerici in base dieci:

- $(0)_B$ <---> $(0)_{10}$
- $(1)_B$ <---> $(1)_{10}$
- $(2)_B$ <---> $(2)_{10}$
- ...

Quindi per convertire un numero da base dieci ad un numero in base **B** si procede come descritto:

- Si divide il numero da convertire per **B** e se il risultato della divisione è diverso da zero si continua a dividere il risultato della divisione per **B** finché come risultato si ottiene zero.
- Per ogni divisione che si effettua si deve memorizzare il resto.
- Si ordinano i resti ottenuti dal resto dell'ultima divisione al resto della prima.
- Si sostituiscono i resti con i simboli della base **B**.

Vediamo degli esempi per chiarire il procedimento:

Esempio 3 - conversione in base sei del numero (**1654**)$_{10}$

	Risultato	Resto	↑
1654:**6**	**275**	4	
275:**6**	**45**	5	
45:**6**	**7**	3	
7:**6**	**1**	1	
1:**6**	**0**	1	

Ordinando i resti avremo le cifre in base dieci

1	1	3	5	4

Quindi $(1654)_{10}$ <--> $(11354)_{6}$

Esempio 4 - conversione in base dodici del numero (**20855**)$_{10}$

	Risultato	Resto	
20855:12	**1737**	11	
1737:12	**144**	9	
144:12	**12**	0	
12:12	**1**	0	
1:12	**0**	1	

Ordinando i resti avremo le cifre in base dieci

1	0	0	9	11

In base dodici

$(A)_{12}$ <---> $(10)_{10}$

$(B)_{12}$ <---> $(11)_{10}$

Quindi $(20855)_{10}$ --> $(1009B)_{12}$

Esempio 5 - conversione in base tredici del numero (**20864**)$_{10}$

	Risultato	Resto	
20864:13	**1604**	12	
1604:13	**123**	4	
123:13	**9**	6	
9:13	**0**	9	

Ordinando i resti avremo le cifre in base dieci

9	6	4	12

In base tredici

$(A)_{12}$ <---> $(10)_{10}$

$(B)_{12}$ <---> $(11)_{10}$

$(C)_{12}$ <---> $(12)_{10}$

Quindi $(20855)_{10}$ --> $(964C)_{12}$